

3. Холодов, Ж.К. Теория и методика физического воспитания и спорта / Ж.К. Холодов. – М. : Физкультура и спорт, 2000. – 348 с.
4. Корх, А.Я. Комплексный контроль в пулевой стрельбе : метод. рекомендации / А.Я. Корх. – М. : ГЦОЛИФК, 1987. – 95 с.
5. Лях, В.И. Координационные способности: диагностика и развитие / В.И. Лях. – М. : Физкультура и спорт, 2006. – 290 с.

УДК 796.012

***В. И. Загrevский, Ю. В. Воронович,
О. И. Загrevский, Д. А. Лавшук
V. I. Zagrevsky, Y. V. Voronovich,
O. I. Zagrevsky, D. A. Lavshuk***

**МЕТОД РЕГРЕССИОННОГО АНАЛИЗА
КОЛИЧЕСТВЕННОЙ ОЦЕНКИ МАСС-ИНЕРЦИОННЫХ
ХАРАКТЕРИСТИК СЕГМЕНТОВ ТЕЛА ЧЕЛОВЕКА
REGRESSION ANALYSIS QUANTITATIVE EVALUATION
INERTIA CHARACTERISTICS SEGMENTS HUMAN BODY**

***Аннотация.** В статье описывается технология использования уравнений регрессии для расчета масс-инерционных характеристик опорно-двигательного аппарата тела человека.*

***Summary.** The article describes the technology of using regression equations to calculate the mass-inertial characteristics of the musculoskeletal system of the human body.*

***Ключевые слова:** математическая модель, биомеханическая система, геометрия масс тела человека.*

***Keywords:** mathematical model, biomechanical system, the geometry of the human body mass.*

Педагогический анализ техники спортивных упражнений основывается в большей степени на материалах биомеханических исследований и, в частности, на сведениях о геометрии масс тела человека, используемых в расчетных моделях анализа движений для получения количественной информации о кинематической и динамической структуре исследуемых упражнений [1; 2]. В настоящее время в биомеханических исследованиях техники спортивных упражнений все чаще стали использовать данные о масс-инерционных характеристиках (далее – МИХ) звеньев тела спортсмена, полученные группой ученых во главе с В.М. Зациорским [3]. Экспериментальные данные получены в ре-

зультате прижизненного определения геометрии масс тела человека с использованием радиоизотопной методики измерений [3]. Материалы исследований можно дифференцировать на две группы. Основу первой группы данных составляют уточненные среднестатистические показатели масс сегмента тела человека и положение центра масс сегмента на его продольной оси (рис. 1).

Вторую группу данных составляют справочные сведения о росто-весовых коэффициентах сегментов тела, используемых в уравнениях регрессии для расчета МИХ сегментов тела человека. Так как в уравнениях регрессии используются сведения о росте и весе испытуемого, то считается, что вычисленные по этой методике показатели более точны, чем с использованием среднестатистических данных.

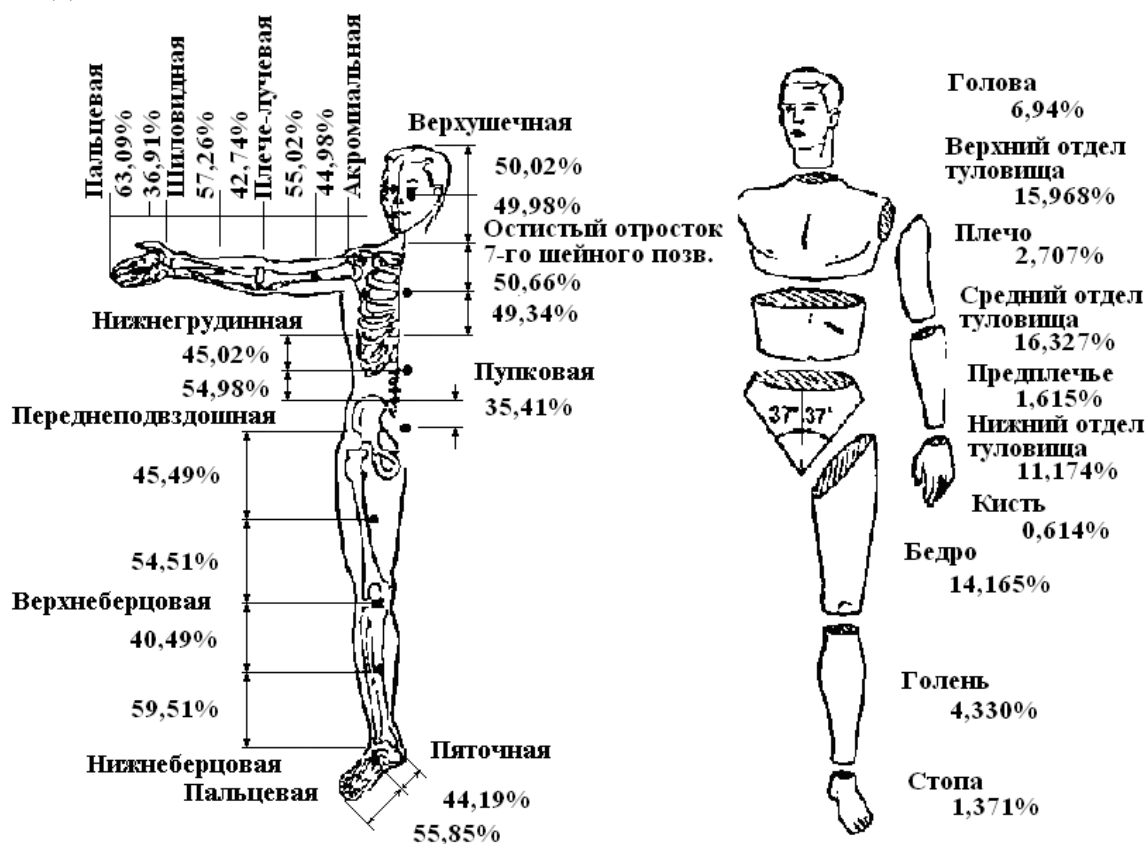


Рис. 1. Среднестатистические данные о масс-инерционных характеристиках сегментов тела человека

Зная длину сегмента, по относительному расположению центра масс (ЦМ) сегмента на его продольной оси, выраженному в процентах, определяют координату ЦМ сегмента (табл. 1).

Массу сегмента определяют по весовому коэффициенту, представленному в процентном соотношении массы сегмента от массы тела испытуемого. Вычислительные формулы расчета массы и координаты центра масс ЦМ сегментов с использованием среднестатистических данных имеют вид

$$m_i = mK m_i . \quad (1)$$

$$S_i = L_i Kc_i . \quad (2)$$

Здесь m_i – масса i -го сегмента, S_i – расстояние от антропометрической точки до ЦМ сегмента, m – масса тела испытуемого (кг), L_i – длина i -го сегмента. За антропометрические точки для отдельных сегментов принимаются:

1. Кисть – лучезапястный сустав.
2. Предплечье – локтевой сустав.
3. Плечо – плечевой сустав.
4. Голова – остистый отросток 7-го шейного позвонка.
5. Туловище (верхняя часть) – остистый отросток 7-го шейного позвонка.
6. Туловище (средняя часть) – нижнегрудинная.
7. Туловище (нижняя часть) – переднеподвздошная.
8. Бедро – переднеподвздошная (тазобедренный сустав).
9. Голень – верхнеберцовая (коленный сустав).
10. Стопа – пяточная.

Справочные сведения о росто-весовых коэффициентах сегментов тела, используемые в уравнениях регрессии, составляют вторую группу данных и приведены в таблицах 1 и 2.

Расчетные данные искомым показателей можно получить с использованием уравнений

$$m_i = A_{0,i} + A_{1,i} m + A_{2,i} H. \quad (3)$$

$$S_i = B_{0,i} + B_{1,i} m + B_{2,i} H. \quad (4)$$

Здесь H – длина тела испытуемого (рост в см).

Таблица 1. Относительные (Kc_i) и весовые (Km_i) коэффициенты для вычисления массы и координаты центра масс на продольной оси сегмента тела человека

№ п/п	Сегменты	Коэффициенты	Коэффициент массы (кг)	Коэффициент координаты центра масс (см)
			Km_i	Kc_i
1	Кисть		0,00614	0,3691
2	Предплечье		0,01615	0,4274
3	Плечо		0,02707	0,4498
4	Голова		0,06940	0,4998
5	Туловище (верх. часть)		15,98900	05066
6	Туловище (ср. часть)		16,32700	0,4502
7	Туловище (нижн. часть)		11,17400	0,4549
8	Бедро		0,14165	0,4549
9	Голень		0,04330	0,4049
10	Стопа		0,01371	0,4415

Таблица 2. Коэффициенты уравнений регрессии для расчета массы и координаты центра масс на продольной оси сегмента тела человека

№ п/п	Сегменты	Коэффициенты массы (кг)			Коэффициенты координаты центра масс (см)		
		$A_{0,i}$	$A_{1,i}$	$A_{2,i}$	$B_{0,i}$	$B_{1,i}$	$B_{2,i}$
1	Кисть	-0,1165	0,00360	0,00175	4,110	0,0260	0,0330
2	Предплечье	0,3185	0,01445	-0,00114	0,192	-0,0280	0,0930
3	Плечо	0,2500	0,03012	-0,00270	1,670	0,0300	0,0540
4	Голова	1,2960	0,01710	0,01430	8,357	-0,0025	0,0230
5	Туловище (верхняя часть)	8,2144	0,18620	-0,05840	3,320	0,0076	0,0470
6	Туловище (средняя часть)	7,1810	0,22340	-0,06630	1,398	0,0058	0,0450
7	Туловище (нижняя часть)	-7,4980	0,09760	0,04896	1,182	0,0018	0,0434
8	Бедро	-2,6490	0,14630	0,01370	-2,420	0,0380	0,1350
9	Голень	-1,5920	0,03620	0,01210	-6,050	-0,0390	0,1420
10	Стопа	-0,8290	0,00770	0,00730	3,767	0,0650	0,0330

В уравнениях (3–4) учитываются индивидуальные антропометрические особенности испытуемых (рост, вес), что позволяет определить массу и координаты ЦМ сегмента с точностью от 3 % до 5 % [3]. Однако открытым остается вопрос об определении координаты центра масс туловища и его центральных моментов инерции. Естественно, что координаты ЦМ верхней, средней и нижней частей туловища вычисляются с использованием (3–4), однако алгоритмы вычислений координаты ЦМ туловища в первоисточнике не приводятся.

Табличные данные коэффициентов уравнений регрессии для расчета главных моментов инерции сегментов, приведенные в работе [3], существенно облегчают вычисление осевых моментов инерции сегментов тела человека (табл. 3).

Расчеты по определению осевых моментов инерции для i -го сегмента выполняются с использованием уравнений

$$Jx_i = C_{0,i} + C_{1,i} m + C_{2,i} H. \quad (5)$$

$$Jy_i = D_{0,i} + D_{1,i} m + D_{2,i} H. \quad (6)$$

$$Jz_i = E_{0,i} + E_{1,i} m + E_{2,i} H. \quad (7)$$

Согласно уравнению (3) методика определения осевых моментов инерции сегментов тела человека с использованием уравнений (3–5) обеспечивает точность вычислений в пределах 3–5 %. Однако и в этом случае открытым остается вопрос определения осевых моментов инерции туловища. Алгоритм определения центральных моментов туловища, по данным его верхней, средней и

нижней частей, в первоисточнике не приводится. Поэтому исследователям приходится прибегать в экспериментах к использованию различного рода косвенных данных (аппроксимация туловища стержнями, цилиндрами, усеченными конусами и т. п.), которые недостаточно корректно отражают индивидуальные антропометрические особенности испытуемых и приводят к искажению действительной картины МИХ испытуемых.

Таблица 3. Коэффициенты уравнений регрессии для расчета осевого момента инерции сегмента тела человека

№ п/п	Коэффициенты Сегменты	Сагиттальная ось Oх (кг·см ²)			Фронтальная ось Oу (кг·см ²)			Продольная ось Oz (кг·см ²)		
		$C_{0,i}$	$C_{1,i}$	$C_{2,i}$	$D_{0,i}$	$D_{1,i}$	$D_{2,i}$	$E_{0,i}$	$E_{1,i}$	$E_{2,i}$
1	Кисть	-19,5	0,170	0,116	-13,68	0,088	0,092	-6,26	0,0762	0,0347
2	Пред- плечье	-64,0	0,950	0,34	-67,90	0,855	0,376	5,66	0,306	-0,088
3	Плечо	-250,7	1,560	1,512	-232,00	1,525	1,343	-16,90	0,662	0,0435
4	Голова	-78,0	1,171	1,519	-112,00	1,430	1,730	61,60	1,720	0,0814
5	Тулови- ще (верх. часть)	81,2	36,730	-5,97	367,00	18,300	-5,730	561,00	36,030	-9,980
6	Тулови- ще (ср. часть)	618,5	39,800	-12,87	263,00	26,700	-8,000	1501,00	43,140	-19,800
7	Тулови- ще (ниж. часть)	-1568,0	12,000	7,741	-934,00	11,800	3,440	-775,00	14,700	1,685
8	Бедро	-3557,0	31,700	18,61	-3690	32,02	19,240	-13,50	11,300	-2,280
9	Голень	-1105,0	4,590	6,63	-1152	4,594	6,815	-70,50	1,134	0,300
10	Стопа	-100,0	0,480	0,626	-97,090	0,414	0,614	-15,48	0,144	0,088

Цель исследования – разработать технологию количественной оценки координат центра масс туловища и его центральных моментов инерции с использованием уравнений регрессионного анализа.

Результаты исследования. Для получения корректных сведений о МИХ туловища испытуемых мы предлагаем использовать следующий алгоритм вычислений, который позволяет получить численные данные о координатах ЦМ туловища и его осевых моментах инерции, используя табличные данные коэффициентов уравнений регрессии верхней, средней и нижней частей туловища.

На первом этапе по уравнениям (3) вычисляется масса верхней части туловища (m_5), средней – (m_6) и нижней – (m_7). На втором этапе по уравнениям (4)

вычисляются координаты ЦМ верхней части туловища (S_5), средней – (S_6) и нижней – (S_7).

На третьем этапе на основании вычисленных значений координат ЦМ верхней (S_5) и средней (S_6) части туловища определяется «биомеханическая» длина верхней (L_5) и средней (L_6) части туловища (рис. 2).

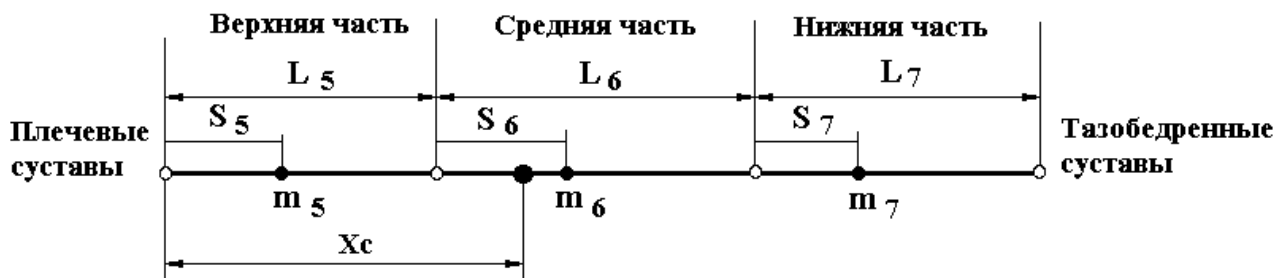


Рис. 2. Кинематическая схема туловища

Вычислительный алгоритм определения биомеханических длин верхней и нижней частей туловища с использованием данных уравнения (1) имеет вид

$$L_i = \frac{100S_i}{Kc_i}, \quad i=5, 6. \quad (8)$$

Далее относительно плечевого сустава вычисляется координата ЦМ туловища (X_c)

$$X_c = \frac{S_5 m_5 + (L_5 + S_6) m_6 + (L_5 + L_6 + S_7) m_7}{m_5 + m_6 + m_7}. \quad (9)$$

Задача решена не полностью, т. к. еще не все компоненты МИХ туловища определены, в частности не вычислены осевые моменты инерции туловища. Для решения этого вопроса обратимся к работе [4], в которой рассматривается решение следующей задачи.

Допустим, J_{c1} и J_{c2} – центральные моменты инерции тел с массами m_1 и m_2 . Расстояние между ЦМ этих двух тел – h . В этом случае момент инерции тела (J_0), составленного из этих двух тел, относительно их общего ЦМ (для полярного момента) или новой оси (плоскости), параллельной первым двум осям (плоскости) и проходящей через их общий ЦМ, равен [4]

$$J_0 = J_{c1} + J_{c2} + \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} h^2. \quad (10)$$

Воспользуемся (10) для решения нашей задачи. Первоначально определим центральный момент инерции верхней и средней части туловища. Из (5)

определим Jx_5, Jx_6, Jx_7 . И, соответственно, из (6–7) имеем значения для Jy_5, Jy_6, Jy_7 и для Jz_5, Jz_6, Jz_7 .

Из результатов вычислений по уравнениям (8) определим h для (10), если первоначально в качестве h рассматривать расстояние (h_1) между ЦМ верхней и средней частями туловища

$$h_1 = L_5 - S_5 + S_6. \quad (11)$$

Запишем, основываясь на (10), формульное выражение центрального момента инерции для системы, состоящей из верхней и средней части туловища, относительно его центра масс при вращении вокруг оси Ox (Jx_0) и оси Oy (Jy_0)

$$\begin{aligned} Jx &= Jx_5 + Jx_6 + \frac{m_5 m_6}{m_5 + m_6} (L_5 - S_5 + S_6)^2. \\ Jy &= Jy_5 + Jy_6 + \frac{m_5 m_6}{m_5 + m_6} (L_5 - S_5 + S_6)^2. \end{aligned} \quad (12)$$

Для рассматриваемой системы тел (верхняя и средняя часть туловища) присоединим нижнюю часть туловища. Получим координату ЦМ для системы тел, включающей верхнюю и среднюю части туловища (Xc_1), и координату ЦМ нижней части туловища (Xc_2) при расположении начала декартовой системы координат в оси плечевых суставов

$$Xc_1 = \frac{m_5 S_5 + m_6 (L_5 + S_6)}{m_5 + m_6}, \quad Xc_2 = L_5 + L_6 + S_7. \quad (13)$$

Полученные данные позволяют определить расстояние между центрами масс верхней и средней части туловища и присоединенной к ним нижней части туловища (h_2) как системы тел

$$h_2 = Xc_2 - Xc_1. \quad (14)$$

Отсюда, центральный момент инерции туловища относительно его центра масс при вращении вокруг оси Ox (Jx_0) и оси Oy (Jy_0) равен

$$\begin{aligned} Jx_0 &= Jx + Jx_7 + \frac{(m_5 + m_6)m_7}{m_5 + m_6 + m_7} (h_2)^2. \\ Jy_0 &= Jy + Jy_7 + \frac{(m_5 + m_6)m_7}{m_5 + m_6 + m_7} (h_2)^2. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь Jx и Jy определяется из (12), h_2 – из (14).

Если считать, что ЦМ верхней, средней и нижней частей туловища расположены на его продольной оси, то центральный момент инерции туловища

относительно его продольной оси (Jz_0) определяется как сумма центральных моментов инерции Jz_5, Jz_6, Jz_7

$$Jz_0 = Jz_5 + Jz_6 + Jz_7. \quad (16)$$

Таким образом, все три центральных момента инерции для туловища определены, что позволяет в дальнейшем решать задачи биомеханики движений спортсмена в пространственной системе координат.

Получены вычислительные алгоритмы, позволяющие успешно применять метод регрессионного анализа как для расчета координаты центра масс туловища, так и для вычисления его осевых моментов и получить исходные данные, необходимые для анализа пространственного движения биомеханической системы.

Библиографический список

1. Загrevский, В.И. Построение оптимальной техники спортивных упражнений в вычислительном эксперименте на ПЭВМ : монография / В.И. Загrevский, Д.А. Лавшук, О.И. Загrevский. – Могилев : МГУ им. А.А. Кулешова, 2000. – 190 с.
2. Математическое моделирование движений человека как инструмент оптимизации спортивной техники / В.И. Загrevский [и др.] //Актуальные вопросы права, образования и психологии : сб. научн. трудов / М-во внутр. дел Респ. Беларусь, учреждение образования «Могилевский высший колледж Министерства внутренних дел Республики Беларусь»; редкол.: Ю.П. Шкаплеров (отв. ред) [и др.]. – Могилев : Могилев. высш. колледж МВД Респ. Беларусь, 2014. – С. 256–262.
3. Зациорский, В.М. Биомеханика двигательного аппарата человека / В.М. Зациорский, А.С. Аруин, В.Н. Селуянов. – М. : ФиС, 1981. – 143 с.
4. Фаворин, М.В. Моменты инерции тел : справочник / М.В. Фаворин ; под ред. М.М. Гернета. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 1977. – 511 с.